LIMITE DI FUNZIONE SPIEGATO SEMPLICE E SENZA DIMOSTRAZIONI

Il limite di una funzione è **un'operazione matematica** che permette di studiare e analizzare come si comporta una funzione in un'intorno di un punto in cui essa **può o meno essere definita**. Il limite, dunque, non è una funzione, non è un qualcosa di astratto, né tanto meno è un qualcosa di indefinito. Il limite è semplicemente **un'operazione matematica** come lo sono la moltiplicazione, la divisione ecc. ecc. Spesso è più corretto parlare di "operazione di passaggio a limite" proprio perché si tratta di un'operazione che si applica quando vogliamo studiare come si comporta una funzione nell'intorno di un punto.

Una funzione è definita in un punto x, quando banalmente, il valore che assume nel punto (f(x)) è uguale a un valore reale. Al contrario, non è definita in quel punto quando il valore che assume nel punto è un valore indefinito.

L'operazione di limite serve proprio per individuare se una funzione è indefinita o definita in un punto e calcolarne il valore assunto. Generalmente il risultato di un limite si esprime a parole come un valore "tendente", nonostante il risultato di un limite possa essere un valore numerico reale e discreto. Ovvero, se il risultato di un limite da come valore 8, significa che la funzione per x tendente a un certo valore (ancora non lo conosciamo poiché non l'ho inserito nell'esempio) "tende a 8". Come possiamo vedere la funzione è definita in quel punto che non conosciamo ed inoltre il risultato è 8. Nonostante ciò, avendo applicato l'operazione di limite, possiamo dire che "tende a 8", anche se **RIBADIAMO**, la funzione in quel punto assume il valore 8.

Cerchiamo di spiegare meglio quest'ultimo concetto.
Abbiamo diverse tipologie di limite (non vi preoccupate, il limite è uno solo, intendo che l'"espressione" può essere scritta in vari modi):

- **1) Limite finito per x tendente a un valore finito**

$$\lim_{x \to c} f(x) = c$$

- **2) Limite finito per x tendente a un valore infinito**

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = c$$

- **3) Limite infinito per x tendente a un valore finito**

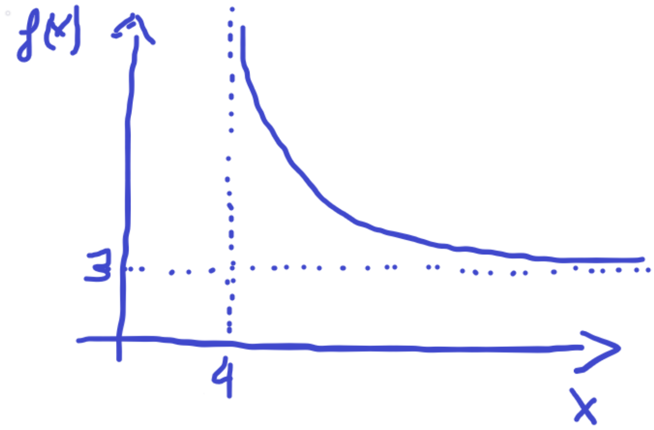
$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

- **4) Limite infinito per x tendente a un valore infinito**

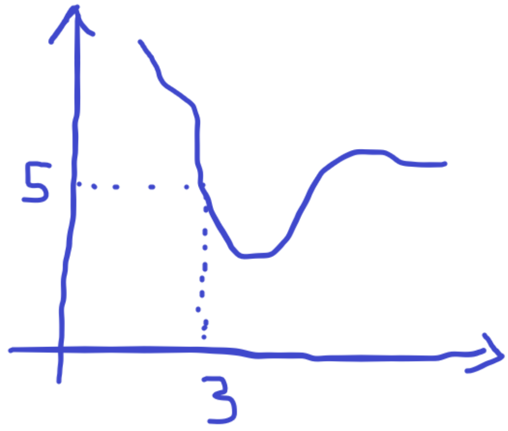
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Come possiamo osservare, l'espressione che compare sotto la scritta "lim", è il famoso valore che non conoscevamo nell'esempio precedente. Si legge come (nel caso del limite finito per x tendente a un valore finito) "per x tendente a c". Sempre nel suddetto caso, il risultato del limite è il valore finito c. In definitiva, il risultato di questo limite, si può leggere come: *il valore del limite per x tendente a c della funzione f(x) tende al valore finito c*.

Cerchiamo di comprendere intuitivamente il concetto di limite e le espressioni di cui sopra osservando la figura sottostante.



A)



B)

Supponiamo per il momento che non ci interessi l'espressione della funzione disegnata che potrebbe dunque essere una qualsiasi funzione. Osserviamo inizialmente la figura A). Possiamo vedere una funzione che a intuito sembrerebbe non essere definita nei punti x=4 e f(x) = 3. In tali punti sono presenti infatti degli asintoti. Se volessimo "leggere" a parole il comportamento della funzione in questi punti, a qualcuno potrebbe venire da dire, sempre ad intuito, che quando la funzione "*va verso infinito dal verso della x, il valore f(x) tende a 3; viceversa quando la funzione va verso infinito nella direzione di f(x) (o y) , il valore di x tende a 4*". **Questo è proprio il concetto di limite descritto prima!**

Non solo, potremmo scrivere quanto appena detto utilizzando le espressioni definite in precedenza.

Ovvero:

$$\lim_{x \to 4} f(x) = \infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to \infty} f(x) = 3 \ .$$

Nella figura B) abbiamo invece il caso **1), ovvero**: limite finito per x tendente a un valore finito.

$$\lim_{x \to 3} f(x) = 5$$